

Devoir surveillé 2

Consignes

- Cette épreuve contient **4 questions** équipondérées (durée : **1 h**)
- Calculatrice autorisée.
- Prière d'expliciter vos solutions et raisonnements.

Rappel de trigonométrie

$$\begin{aligned}\cos^2 \theta + \sin^2 \theta &= 1 \\ \cos(a \pm b) &= \cos a \cos b \mp \sin a \sin b \\ \sin(a \pm b) &= \sin a \cos b \pm \sin b \cos a\end{aligned}$$

Exercice 1

Croissance exponentielle : une colonie de bactéries occupant 1 % de la surface d'une boîte de Petri à 8h ce matin en occupe maintenant (à 14h) 18 %.

- À quel moment la surface de la boîte de Petri sera-t-elle couverte de bactéries ?
- De façon générale, quel est le temps nécessaire pour que la population de bactéries double de taille ?

Exercice 2

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

- $\cos x = \frac{1}{2}$
- $\sin 2x = \sin x$
- $\cos x = \sin x$
- $\sin 2x = \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$

Exercice 3

Exprimer chacune des fonctions suivantes sous la forme $A \cos(\omega t + \phi)$.

- $\sin 2t$
- $\cos t + \sin t$
- $3 \sin 2x + 4 \cos 2x$
- $\cos^2(3t)$

Exercice 4

Exprimer chacun des nombres complexes z suivants sous la forme $a + ib$, $a, b \in \mathbb{R}$.

- $z = \frac{(2+i)(1-i)}{1+i}$
- z tel que $z^2 = -8$
- z tel que $z^2 = -i$
- z tel que $z^2 + 2z + 3 = 0$